

M_z 是直接横摆力矩，则综合式 (1) ~ (5) 用状态空间方程式表达如下：

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{E}\delta_f \quad (6)$$

$$\text{其中: } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{-2(C_f + C_r)}{mV_x} & \frac{2(C_rl_r - C_fl_f)}{mV_x^2} - 1 \\ \frac{2(C_rl_r - C_fl_f)}{I_z} & \frac{-2(C_fl_f^2 + C_rl_r^2)}{I_zV_x} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/I_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{mV_x} \\ \frac{2C_fl_f}{I_z} \end{bmatrix},$$

$$u = M_z。$$

1.2 理想质心侧偏角与横摆角速度

二自由度车辆模型包含车辆质量、前后侧偏刚度、轮距、轴距等反映汽车侧向运动最重要的几个量，可作为稳定系统期望计算模型，当其以不变的纵向速度稳态过弯时，理想的横摆角速度和理想质心侧偏角^[9,13]为：

$$\gamma_d = \frac{V_x}{l_f + l_r + \frac{mV_x^2(l_r C_r - l_f C_f)}{2C_f C_r(l_f + l_r)}} \delta_f, \quad (7)$$

$$\beta_d = \frac{l_f - l_r + \frac{mV_x^2}{2C_r(l_f + l_r)}}{l_f + l_r + \frac{mV_x^2(l_r C_r - l_f C_f)}{2C_f C_r(l_f + l_r)}} \delta_f. \quad (8)$$

由式 (7) 和式 (8) 可知，当车辆前轮转角、纵向车速和车辆的结构参数确定时，车辆稳态过弯时的横摆角速度及侧偏角随之确定，但这是基于轮胎和地面附着条件良好的情况下的假设，而在实际情况下车辆会受到轮胎和地面附着约束限制。路面的摩擦系数不能提供太高的横摆角速度下的侧向力，因此横摆角速度必须控制在轮胎与路面的摩擦系数所确定的上限范围内，并且大的质心侧偏角会使得轮胎失去线性特性而接近附着极限，所以对侧偏角的限制也很重要。

车辆在转弯时，质心的侧向加速度由式(9)得到：

$$a_y = V_x \gamma + a_x \tan \beta + \frac{V_x \dot{\beta}}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} \quad (9)$$

侧向加速度受到地面与轮胎之间的摩擦系数 μ 限制：



$$a_y \leq \mu g, \tag{10}$$

其中： a_x 和 a_y 分别表示车辆的纵向加速度和侧向加速度， g 表示重力加速度。

由于车辆纵向速度不变，因此纵向加速度 a_x 较小，车辆运动中，质心侧偏角一般都较小，式（9）中第一项比剩下的两项都大的多，综合分析取横摆角速度的上限值为：

$$\gamma_{\max} = 0.85 \frac{\mu g}{V_x}. \tag{11}$$

因此由式(7)和式(11)可知，当计算得到的期望横摆角速度大于实际横摆角速度上限值 γ_{\max} 时，期望横摆角速度输出为 $\gamma_{\max} \text{sgn}(\gamma_d)$ ，当其不大于实际横摆角速度上限值时，则期望横摆角速度输出为 γ_d ，表示如下：

$$\gamma_{\text{des}} = \begin{cases} \gamma_d, & |\gamma_d| \leq \gamma_{\max}, \\ \gamma_{\max} \text{sgn}(\gamma_d), & |\gamma_d| > \gamma_{\max}. \end{cases} \tag{12}$$

车辆的质心侧偏角最大值一般由经验选为：

$$\beta_{\max} = \tan^{-1}(0.02\mu g). \tag{13}$$

与控制输出的期望横摆角速度类似，由式（8）和式（13）可知控制的质心侧偏角参考输出为：

$$\beta_{\text{des}} = \begin{cases} \beta_d, & |\beta_d| \leq \beta_{\max}, \\ \beta_{\max} \text{sgn}(\beta_d), & |\beta_d| > \beta_{\max}. \end{cases} \tag{14}$$

2 横向稳定性模糊滑模控制器设计

分布式电动汽车在高速转弯时车辆系统存在非线性、时变性和不确定性，滑模变结构控制^[14]作为一种典型的非线性控制方法适用于解决非线性系统的控制问题^[15]，这种控制的根本区别在于控制的不连续性，即使系统随时间变化而具有开关特性，该控制强迫使系统在一定特性下沿规定的状态轨迹作小幅度、高频率的上下运动，而因为这种高频运动使得系统会产生抖振，并且外界的扰动会对非线性系统产生影响增加抖振。因此在本文中采用模糊逻辑算法调整滑模控制的增益参数，通过模糊控制输出的切换函数系数 K 值，动态优化滑模控制器，来达到抑制抖振增强车辆稳定性的目的。横向稳定控制器控制实现的关键是稳定跟随理想的车辆横摆角速度及理想质心侧偏角。



2.1 滑模控制器设计

构建滑模控制器的滑模函数:

$$s = \xi(\gamma - \gamma_{des}) + (1 - \xi)(\beta - \beta_{des}) \quad (15)$$

$$\dot{s} = \xi(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_{des}) + (1 - \xi)(\dot{\beta} - \dot{\beta}_{des}) \quad (16)$$

其中滑模面是状态参数质心侧偏角和横摆加速度分别与其理想值之间偏差的加权, 本文中用 ξ 表示权值, 要求系统对质心侧偏角和横摆力矩同时进行控制, 将其保持在理想值附近。

本文中采用等效滑模控制, 等效滑模控制律由等效控制项和切换鲁棒控制项构成, 不考虑干扰和不确定性系统稳定时, 由滑模控制的等效控制来保证系统沿着滑模面运动得到滑模控制器输出的横摆力矩 u_{eq} 。

综合式 (2)、(5) 和 (16), 并且令 $\dot{s} = 0$ 得到:

$$u_{eq} = I_z(\dot{\gamma}_{des} - \frac{1-\xi}{\xi}(\dot{\beta} - \dot{\beta}_{des})) + 2l_r C_r(-\beta + \frac{l_f \gamma}{V_x}) - 2l_f C_f(\delta_f - \beta - \frac{l_r \gamma}{V_x}) \quad (17)$$

当系统不稳定时, 就需要通过滑模控制的切换鲁棒控制项将系统拉到滑模面上, 由滑模切换鲁棒控制项控制输出的附加横摆力矩 u_s , 在本文中通过模糊输出不断调整切换鲁棒控制项的系数 K 值, 来抑制系统抖振现象, 另外, 采用饱和函数 $\text{sat}(s)$ 代替控制律中的符号函数 $\text{sgn}(s)$, 进一步削弱抖振, δ 是“边界层”厚度。

$$u_s = -K \text{sat}(s) \quad (18)$$

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s), & |s| > \delta \\ s / \delta, & |s| \leq \delta \end{cases} \quad (19)$$

可得到控制律为:

$$M_z = u_{eq} + u_s \quad (20)$$

将式 (20) 带入 \dot{s} 中得到式 (21):

$$\dot{s} = -\frac{1}{K} \text{sat}(s) \quad (21)$$

进一步有:

$$s\dot{s} = -\eta|s| \leq 0 \quad (22)$$

由式 (22) 分析知系统满足稳定性要求。



2.2 模糊优化滑模控制器

为了克服参数不确定性以及外界不确定因素的影响，并且满足滑模运动存在的条件，通过模糊控制的思想来调整优化滑模控制器。本文中选取 s 和 \dot{s} 作为模糊控制的输入，输出为滑模切换鲁棒控制项系数 K ，根据经验利用模糊规则来调整输出 K 大小，确保滑模函数存在并达到 $s\dot{s} \leq 0$ 的条件。将他们分别转化为论域为 $s[-3,3]$ 、 $\dot{s} [-3,3]$ 和 $K[-1,1]$ 的模糊集合，与之对应的是 s 、 \dot{s} 和 K 的模糊语言都为 NB,NM,NS,ZO,PS,PM,PB（分别表示为负大、负中、负小、零、正小、正中和正大）。 s 、 \dot{s} 和 K 模糊子集隶属度函数由 Z 函数、S 函数及三角函数组成，如图 2 所示。

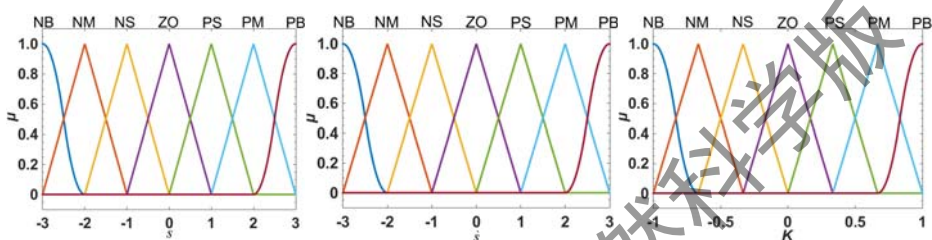


图2 滑模面 s (a)、滑模面 \dot{s} (b) 和滑模切换函数系数 K (c) 隶属度函数

Fig.2 Membership functions of sliding mode surface s (a), surface \dot{s} (b) and switch's coefficient K (c)

在模糊控制器设计中，模糊规则的构成最为重要，模糊规则决定着控制器的性能，利用模糊逻辑的模糊条件语句来表征人的经验知识。文中提供 49 条模糊规则，模糊规则设置原则为当滑模函数 s 及其导数较大时则增大增益系数 K ，即表示当前滑模函数离滑模面 $s=0$ 较远，需要较大的增益 K 将其拉回滑模面，当滑模函数 s 及其导数较小时则减小增益系数 K 。具体规则如表 1 所示。

表 1 模糊控制规则

Tab.1 Rule of Fuzzy Control

s	\dot{s}						
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NM	NM	NM	NB	NB
NM	NM	NM	NS	NS	NS	NM	NM
NS	NS	NS	ZO	ZO	NS	NS	NS
ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	NS	NS
PS	PS	ZO	ZO	ZO	PS	ZO	ZO



PM	PM	PS	PS	PS	PS	PS	PS
PB	PB	PM	PM	PM	PM	PM	PM

在本文中使用 Mamdani 推理法解模糊，模糊推理后产生的控制量通过反模糊化成精确的值

$$K_b = \frac{\sum_{i=1}^{49} (\mu_{ki} K_i)}{\sum_{i=1}^{49} \mu_{ki}} \quad (23)$$

其中， K_b 表示解模糊后的精确值， K_i 表示模糊控制的论域中的值， μ_{ki} 是与其对应的隶属度值。

为了验证模糊滑模控制输出的附加横摆力矩的有效性，需将横摆力矩分配到各个车轮，文中采用平均分配的方法即四个车轮的纵向力对质心处产生力矩相等，分布式电动车辆的横摆力矩控制分配一方面要满足式 (5)，另一方面要满足车辆的动力要求：

$$F_{x_fl} + F_{x_fr} + F_{x_rl} + F_{x_rr} = ma_x \quad (24)$$

由平均分配方式可知， F_{x_fl} ， F_{x_fr} 大小相等，方向相反； F_{x_rl} ， F_{x_rr} 大小相等，方向相反。将控制律式 (20) 分别带入式 (5) 和式 (24) 便可求出各轮的纵向力，再由式 (25) 计算得出分配到各轮的转矩 T_{eq} ：

$$F_{xi} R = T_{eq} \quad (25)$$

其中， F_{xi} 表示四个轮胎的地面纵向力， R 是轮胎滚动半径。

3 仿真分析

为验证所设计的横向稳定性模糊滑模控制器的准确性，利用 MATLAB/Simulink 和 Carsim 联合仿真，在 Simulink 中建立控制策略模块，通过改变 Carsim 动力系统设置^[16]，将 Carsim 中的传统汽车模型变为分布式电动车模型并设置试验工况，Carsim 的输入为四个车轮的转矩，输出为转向轮转角、纵向车速、质心侧偏角、横摆角速度及四个车轮的纵向力，车辆参数如表 2 所示。

表 2 车辆参数



Tab.2 Vehicle parameters

名称	整车质量 m/kg	转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	前轴距 l_f/m	后轴距 l_r/m	前轮侧偏刚度 $C_{f}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	后轮侧偏刚度 $C_{r}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	轮距 t_w/m
数值	1 230	1 343.10	1.04	1.56	80 000	80 000	1.48

根据《中华人民共和国道路交通安全法实施条例》第七十八条 高速公路应当标明车道的行驶速度，最高车速不得超过 120km/h，最低不得低于 60km/h，本文中仿真工况车速设为 $V_x=100 \text{ km/h}$ ，纵向加速度为 0。检验所设计的控制器在极限路况下稳定性，分别在高附着路面 ($\mu=0.85$) 和低附着路面 ($\mu=0.40$) 进行双移线试验,试验的轨迹线如图 3 所示。

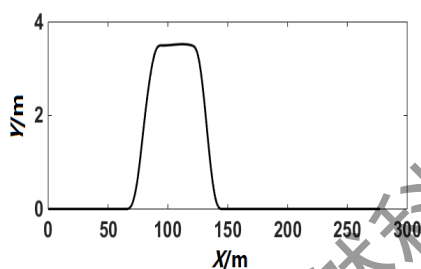
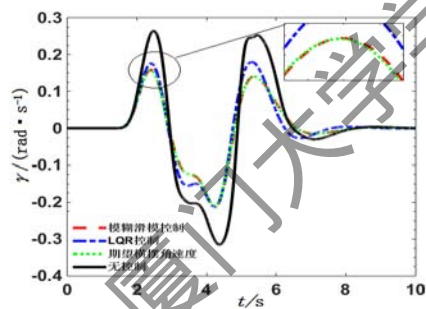


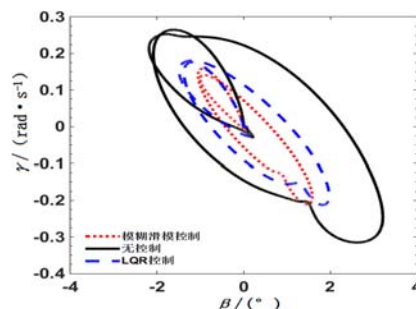
图3 双移线试验工况轨迹线

Fig.3 Trajectory of double lane-change test

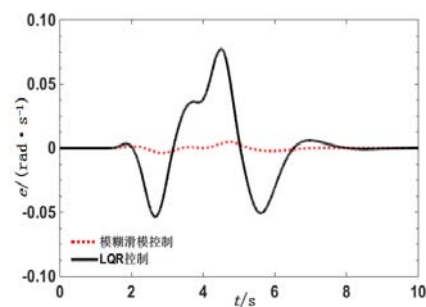
为了比较控制效果，将本文中的模糊滑模控制方法与文献[8]的 LQR 控制进行对比仿真试验，在高附着路面进行双移线试验仿真结果如图 4 所示。



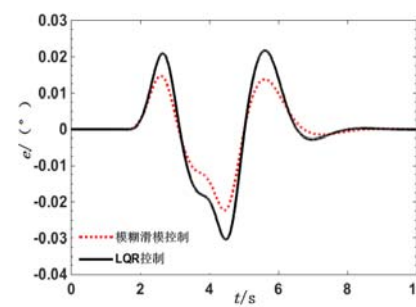
(a) 横摆角速度



(b) “ $\beta - \gamma$ ”相图控制结果



(c) 横摆角速度偏差



(d) 质心侧偏角偏差



图 4 高附着路面仿真比较

Fig 4 Compare of simulation with different control method in high adhesion road

由图 4 中可看出,两种控制方法在高附着路面都能够对车辆稳定性进行控制,但模糊滑模控制方法在横摆角速度方面控制更显优势。由图 4(a)可看出,与无控制对比, LQR 控制和模糊滑模控制由于施加了与横摆角速度方向相反的横摆力矩,抑制了横摆角速度过大;对比 LQR 控制,模糊滑模控制具有反应速度快,跟踪期望横摆角精度高的优点;在图 4(b)中,模糊滑模控制的“ $\beta-\gamma$ ”相图在各象限伸展程度进一步缩减于零附近,稳定性更高;图 4(c)和(d)反映横摆角速度和质心侧偏角与各自期望值之间的偏差,由图中看出模糊滑模控制横摆角速度最大偏差保持在 $-0.0038 \sim 0.0050 \text{ rad/s}$ 内,模糊滑模控制的最大质心侧偏角偏差保持在 $-0.022^\circ \sim 0.014^\circ$ 。

在上述附着条件良好的路面已经验证模糊滑模控制和 LQR 控制精度及稳定性问题,为进一步验证所提出控制方法的科学性,图 5 所示的是车辆在附着系数 $\mu=0.4$ 的低附着路面进行试验的结果。

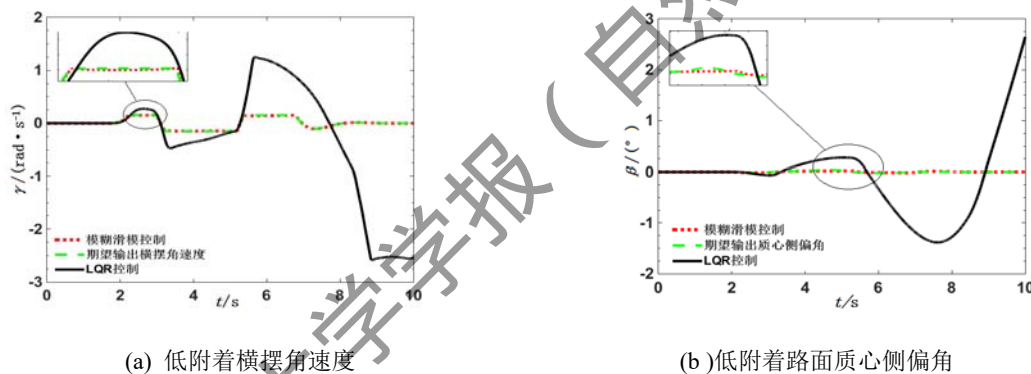


图 5 低附着路面仿真比较

Fig.5 Compare of simulation with different control method in low adhesion road

由图 5 可以看出在低附着系数极限路面, LQR 控制车辆在过第一个弯道时没有立即失稳,由于车辆侧偏角没有抑制住第二个弯道时已经失稳失去稳定性,而模糊滑模控制的车辆始终处于稳定状态下,并且很好地跟随期望的横摆角速度和质心侧偏角。

4 结论

本研究针对分布式电动汽车在高速转弯及变道时存在非线性和时变性的特点,以横摆角速度及质心侧偏角为控制目标,提出模糊滑模横向稳定性控制方法,基于 Carsim 与 MATLAB/Simulink 环境下建立仿真模型,选取不同工况进行仿真验证,仿真结果表明



模糊滑模控制方法能够有效地控制车辆姿态并提高了横向稳定性。

参考文献:

- [1] ALIPOUR H, SABAHEM, SHARIFIAN M B B. Lateral stabilization of a four wheel independent drive electric vehicle on slippery roads[J]. *Mechatronics*, 2015, 30(2):275-285.
- [2] XIONG L, TENG G W, Yu Z P, et al. Novel stability control strategy for distributed drive electric vehicle based on driver operation intention[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2016, 17(4):651-663.
- [3] EMIRLER M T, KAHRAMAN K, SENTURK M, et al. Lateral stability control of fully electric vehicles[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 16(2), 317-328.
- [4] 余卓平, 冯源, 熊璐. 分布式驱动电动汽车动力学控制发展现状综述[J]. *机械工程学报*, 2013, (08):105-114.
- [5] 林程, 徐志峰, 周逢军, 等. 分布式驱动电动汽车稳定性分层控制策略研究[J]. *北京理工大学学报*, 2015, (05):490-493.
- [6] TCHAMNA R, YOUN I. Yaw rate and side-slip control considering vehicle longitudinal dynamics[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2013, 14(1):53-60.
- [7] LI B, GOODARZI A, KHAJEPOUR A, et al. An optimal torque distribution control strategy for four-independent wheel drive electric vehicles[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2015, 53(8):1172-1189.
- [8] 刘树伟, 李刚, 郑利民. 基于 LQR 的汽车横摆力矩控制研究[J]. *汽车实用技术*, 2013, (12):56-60.
- [9] 李少坤. 基于转矩分配的分布式驱动电动汽车稳定性控制研究[D]. 长春: 吉林大学, 2016: 34-39.
- [10] GUO J H, LI K Q, LUO Y G. Coordinated control of autonomous 4WD electric vehicles for platooning and trajectory tracking using a hierarchical architecture[J]. *Journal of Dynamic System Measurement and Control-Transactions of The ASME*, 2015, 137(1): 1 - 18
- [11] 张利鹏, 李亮, 祁炳楠, 等. 双电机分布式驱动汽车高速稳定性机电耦合控制[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(16):29-40.
- [12] 邹广才, 罗禹贡, 李克强. 基于全轮纵向力优化分配的 4WD 车辆直接横摆力矩控制[J]. *农业机械学报*, 2009, 40(5):1-6.
- [13] RAJAMANI R. *Vehicle dynamics and control*[M]. New York: Springer, 2006:146-148.
- [14] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真: 基本理论与设计方法[M]. 3 版 北京: 清华大学出版社, 2015, 278-285.
- [15] GUO J H, LI L H, LI K Q, et al. An adaptive fuzzy-sliding lateral control strategy of automated vehicles based



on vision navigation[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2013, 51(10):1502-1517.

[16]XIONG L, CHEN C, FENG Y. Modeling of distributed drive electric vehicle based on co-simulation of Carsim/Simulink[J]. *Journal of System Simulation*, 2014, 26(5):1143-151.

Lateral Stability Control of Distributed Drive Electric Vehicle Based on Fuzzy Sliding Mode Control

WANG Jin, GUO Jinghua*

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: A novel fuzzy sliding mode control (FSMC) method is proposed to solve destabilization because of high nonlinear characteristics and parameter uncertainty of distributed drive electric vehicle when turning or changing lanes at high speed. First, 2-DOF dynamic model is built up in order to deduce the desired yaw rate and desired slip angle. Then, the direct yaw-moment controller is designed by the FSMC control technique, which can ensure the lateral stability of vehicle. At last, the yaw-moment is acquired via averagely distributing the tire longitudinal forces. The results of simulation in Carsim combining with Matlab/Simulink demonstrate that proposed method has better stability performance than the linear quadratic regulator (LQR) control strategy.

Key words: distributed drive electric vehicle; fuzzy sliding mode control; lateral stability; direct yaw-moment control;