

的注水压强分布情况。由图可见，注水压强随 r 的减小而减小。图 2 (a) 中较高的压强主要集中在 $r > 685$ m 的区域，而图 2 (b) 中集中于 $r > 64$ m 的区域。说明注水后注水压强较高的区域逐渐接近生产井。图 2 (c) 为不同时刻的注水压强与 r 的关系曲线。如图所示，注水第 15 天时注水压强不为零的区域主要在 $r > 500$ m 的区域；第 3 个月时，注水压强分布状况趋于稳定且与式 (1) 的计算结果基本吻合。

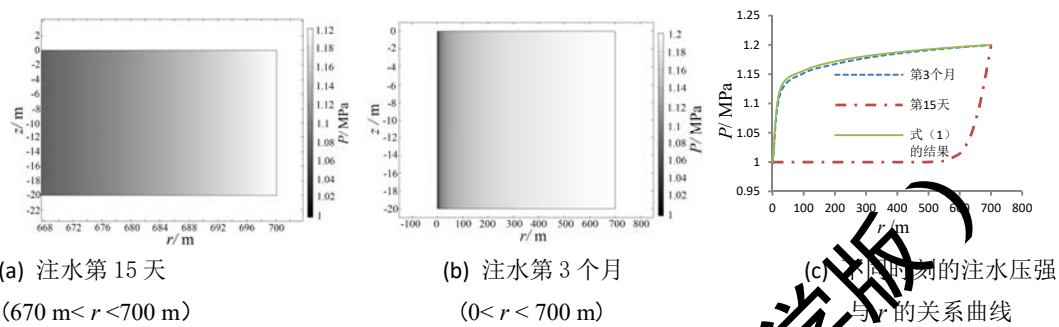


图 2 不考虑供水边缘纵向压强梯度时的注水压强分布情况

Fig. 2 The distribution of injection pressure while ignoring the vertical pressure gradient at the injection edge

图 3 中考虑了供水边缘的纵向压强梯度。其中供水边缘上部压强 p_e 设为 1.0 Mpa，下部压强随 z 坐标值增大；地层导压系数 κ 设为 $100 \text{ cm}^2/\text{s}$ ；注入水密度 ρ 设为 1.0 t/m^3 ；重力加速度 g 设为 9.8 m/s^2 ；地层厚度 h 设为 20 m ；其余参数与图 (2) 中相同。可以看出，地层底部的注水压强明显高于顶部，说明地层底部因重力作用而产生了较高的注水压强。然而，随着时间的推移， $r > 685 \text{ m}$ ， $r < 4 \text{ m}$ 的区域有一个注水压强较低的区域（称压强异常区）（图 3 (b)）。不难发现，该区域的注水压强随 r 的减小而增大。这与实际情况不符。产生该问题的原因是，本研究仅在供水边缘的边界条件（式 7）中考虑了重力的影响，而方程 (3) 本身却并未考虑重力。因此，当注水压强分布逐渐趋于稳定时，供水边缘底部高压区域的注入水会流至供水边缘顶部，从而形成了压强异常区。尽管如此，这对式 (8) 的实际应用效果影响不大。因为，式 (8) 主要应用于计算生产井中的产量。根据图 3 (c) 和图 3 (d)，压强异常区主要影响供水边缘附近的注水压强，对生产井附近的注水压强分布状况影响较小。

通过图 2 (c) 与图 3 (d) 的对比不难看出，图 3 (d) 中注水压强与柱坐标系极径的关系曲线形状与与图 2 (c) 中曲线相似。两者的不同之处在于，图 3 (d) 表明当 $z = 20 \text{ m}$ 时，注水压强曲线值以及 $r \rightarrow 0$ 时的曲线斜率均高于 $z = 10 \text{ m}$ 和 $z = 0$ ，亦即地层底部的注水压强及压强梯度均较大，因而当地层中的渗透率处处相等时，底部的渗流速度较快。

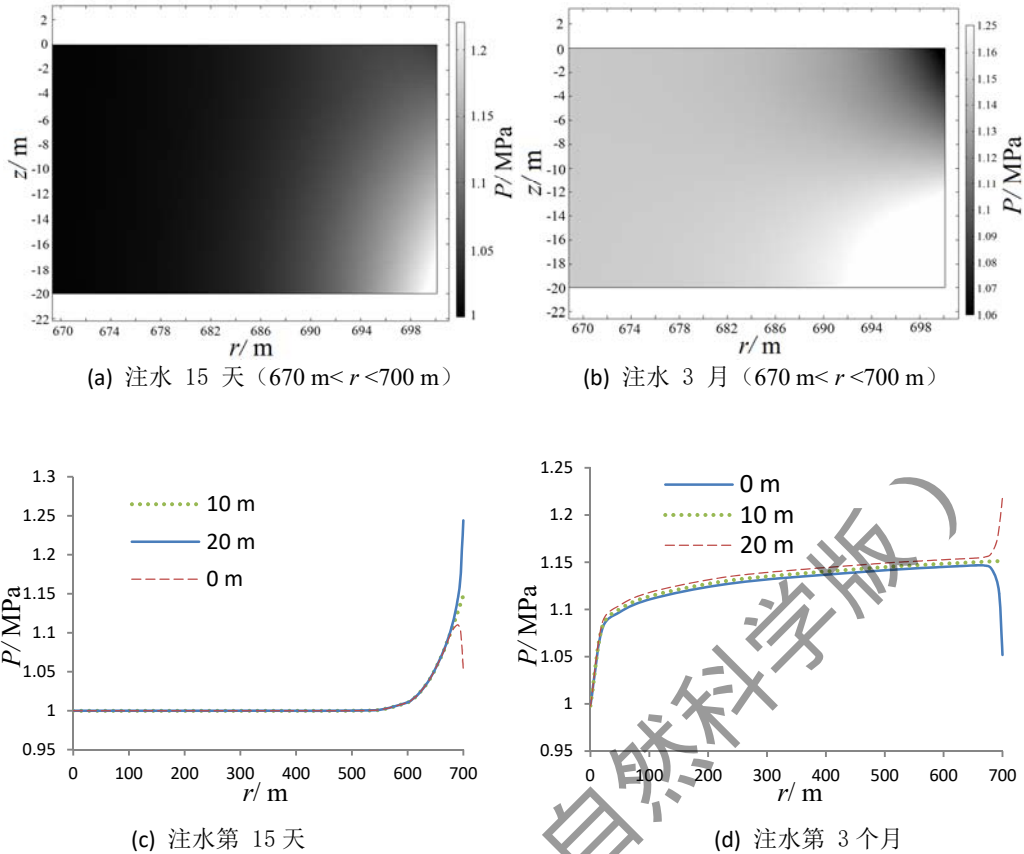


图 3 考虑供水边缘纵向压强梯度时的注水压强分布状况

Fig. 3 The distribution of injection pressure while considering the vertical pressure gradient at the injection edge

3.2 应用方法及效果

应用式 (8) 可以计算生产井中不同时刻的日产量。计算日产量的步骤是:

- 1) 将式 (8) 代入达西公式求出生产井井壁处的渗流速度 v 。
- 2) 将 v 代入产量的计算式^[10]求出秒产量 Q ，日产量也随即确定。

下面介绍式 (8) 在江汉油田 Hxx3 井中的应用效果。该井的 1 317.5 ~1 326.6 m 层段的测井结论为油层，岩性为泥质砂岩，属于低渗地层需进行注水开采。注水后该井段的日产量随时间变化，其各时刻的试油资料为：注水后第 15 天，日产油 0.52 m³/d；注水后第 1 个月，日产油 3.12 m³/d；注水后第 2 个月，日产油 6.36 m³/d；注水后第 3 个月，日产油 6.04 m³/d。注水层段中的渗流场可近似看作单相渗流场，与式 (8) 的适用条件基本吻合。详细数据见表 1。

本研究应用式 (8) 绘制了该层段的注水压强分布图及井内流速曲线 (图 4)，并将式 (2) 和式 (8) 计算的生产井中的日产量与表 1 中的试油资料进行了对比 (图 5)。

从图 4 (a) 和图 4 (b) 中不难看出，注水 3 个月后，注水压强波传播到生产井处，且



注水压强分布状况已趋于稳定。图 4 (c) 是注水 3 个月后地层中注水压强 P 与柱坐标系极径 r 的关系曲线图。图中，红色虚线是将供水边缘的顶部压强 P_e 代入式 (2) 的计算结果，实线是不同深度条件下式 (8) 的计算结果。图 4 (d) 是生产井中不同深度不同时刻的渗流速度曲线。从图 4 (c) 和图 4 (d) 中可以看出，距离生产井井轴距离相同的位置，压强随深度增大而增大，且在 $r = r_w$ 附近压强梯度也随深度增大而增大。说明只要地层渗透率均匀分布，则地层中渗流速度将随深度增加而增大。

这与图 3 (d) 的结论一致，同时还可以看出，式 (1) 计算的注水压强值偏小。

表 1 江汉油田 Hxx3 试油层段数据

Tab. 1 Data of testing interval of well Hxx3 in Jianghan oilfield

$K/10^{-3} \mu\text{m}^2$	$\mu/\text{mPa}\cdot\text{s}$	p_e/MPa	p_0/MPa	p_w/MPa	r_w/cm	$C_t/10^{10} \text{pa}^{-1}$	r_0/m	$\rho/\text{t/m}^3$
13.36	15.3	14.37	11.7	11.7	10.16	1.77	740	1.06

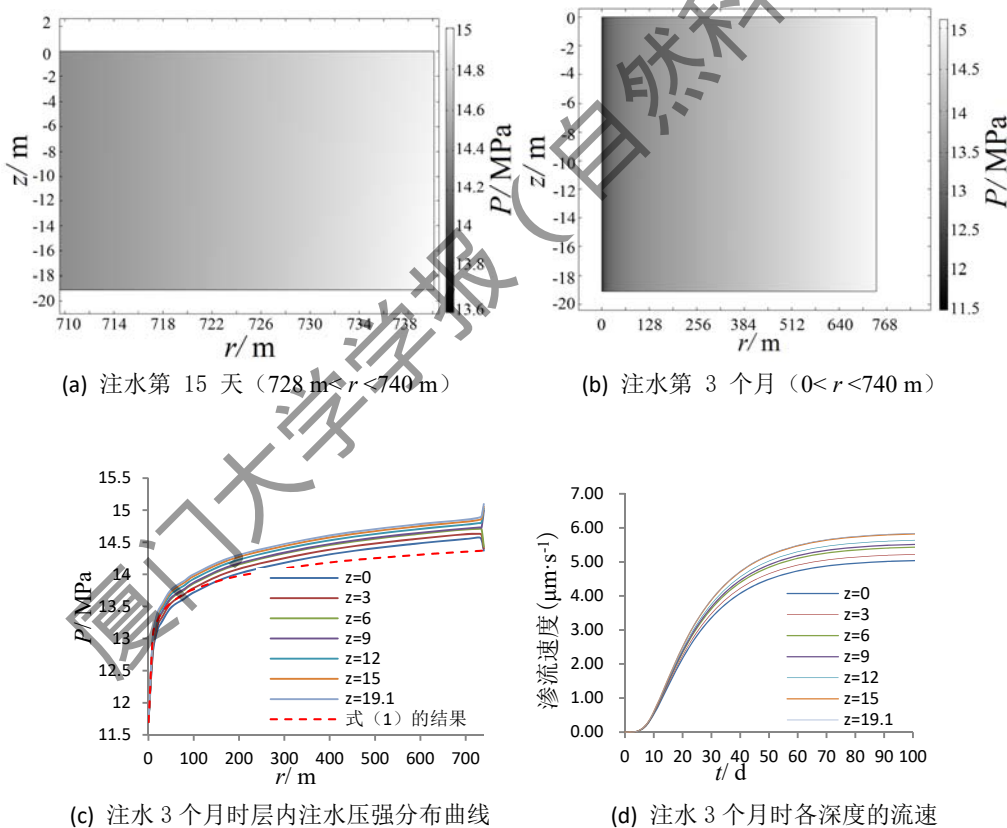


图 4 Hxx3 井的层内注水压强分布状况及渗流速度

Fig. 4 Formation injection pressure and the seepage velocity in well Hxx3

图 5 为两种方法计算的日产量与实际试油结果的对比如。图中蓝色实线是用式 (8) 计算的日产量随时间的变化规律曲线，红色虚线是式 (2) 计算的日产量，红色三角形数据点是实际试油结果。通过对比不难看出，式 (8) 计算的日产量及其随时间变化的规律与实际



试油资料比较一致,说明式(8)比式(2)更能准确计算出生产井中的日产量。此外,还能看出90天之内,日产量逐渐增长并趋于稳定,说明注水开始后,地层中压强波的传播过程需要时间,因而生产井中的日产量并不会迅速提高。

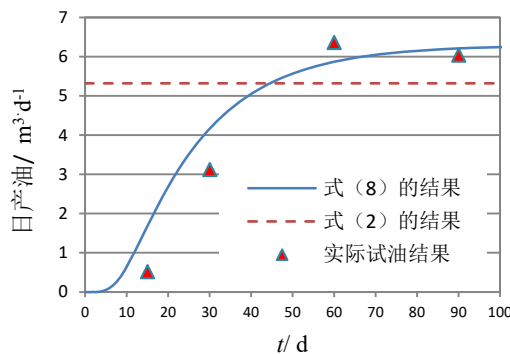


图5 两种方法计算的日产量与实际试油结果的对比图

Fig. 5 The comparison between day production calculated by capillary pressure formula and by practical production testing

结论及认识

本研究通过求解重力作用下轴对称非稳态渗流压强场方程的解析解,提出了一种径向第一类非齐次边界条件和纵向第二类齐次边界条件下的二维轴对称输运方程的一般求解方法,并获得了如下结论及认识:

- 1) 注水开采时,地层中的注水压强及注水压强梯度均随深度增大而增大。对于渗透率分布均匀的地层,其底部的渗流速度更快。
- 2) 随着压强波的传播,地层中的注水压强分布状况逐渐趋于稳定。在该过程中,生产井内的日产量逐渐上升至最大值。
- 3) 由于地层底部的注水压强梯度较大,因此,如果注水之后还需要通过压裂、酸化等措施提高地层渗透率,则应该优先针对地层顶部实施。
- 4) 仅在边界条件中考虑了重力的作用,而方程(3)本身并未反映重力的影响,今后将针对该问题对方程(3)进行改进,并提出新的求解方法。

参考文献:

- [1] 姚同玉,黄廷章,李继山.孔隙介质中稠油流体非线性渗流方程[J].力学学报,2012,44(1):106-110.
- [2] 林振生.两类椭圆偏微分方程解的存在性问题[J].福建师范大学(自然科学版),2010,4(1):1-33.



- [3]沈钦锐,程立新,周宗福.一类三阶多时滞 p -Laplacian 方程周期解的存在性[J].武汉大学学报(理学版),2013,59(6):505-510.
- [4]严绍洋,李亮辉,高燕希,等.公路隧道开挖渗流场的有限差分法分析[J].中外公路,2007,27(6):120-123.
- [5]杜泽.基于有限差分计算的某水库大坝渗流场稳定性分析[J].安徽农业科学,2016,44(3):309-311.
- [6]杨正明,于荣泽.特低渗透油藏非线性渗流数值模拟[J].石油勘探与开发,2010,37(1):35-37.
- [7]周志军.低渗透储层流固耦合渗流理论及应用研究[D].大庆:大庆石油学院,2003:76-82.
- [8]刘振宇.有限元法在油藏渗流中的理论和应用[D].大庆:大庆石油学院,2003:44-65.
- [9]王君连.用势函数法计算渗流干扰区的地下水流态[J].水利水电技术,1999,30(2):19-25.
- [10]张建国,杜殿发,侯健,等.油气层渗流力学[M].2版北京:中国石油大学出版社,2010:63-67.
- [11]同登科,葛家理.分形油藏非达西低速渗流模型及其解[J].大庆石油地质与开发,1996,15(3):18-23.
- [12]李宏伟.带启动压强梯度的渗流方程求解[D].长春:东北石油大学,2013:18-21.
- [13]邓英尔,刘慈群.低渗油藏非线性渗流规律数学模型及其应用[J].石油学报,2001,22(4):72-77.
- [14]廖作才.非线性渗流方程解析方程研究及应用[D].北京:中国科学院渗流力学研究所,2015:15-22.
- [15]王晓冬,侯晓春,郝明强,等.低渗透介质有启动压强梯度的非稳态压强分析[J].石油学报,2011,32(5):847-851.
- [16]石达友.超稠油油藏水平井产量变化规律研究[D].青岛:中国石油大学(华东),2009:33-42.
- [17]梁昆森.数学物理方法 [M].3版北京:高等教育出版社,1998:261-263.

Analytic Solution of Unstable Axisymmetrical Seepage Capillary Pressure Field Under Gravity

LIU Zhiying^{1,2} PEN Wenyao³ ZHANG Chenguang^{1,2*}

(1.Key Laboratory of Exploration Technologies for Oil and Gas Resources, Hubei, 430100, China;

2.College of Geophysics and Oil Resources, Yangtze University, Hubei, 430100,

China;3.Logging engineering company of Jiang Han oil field, Jian Han oilfield, Hubei, 430100,



China;)

Abstract: The radial planar stable seepage seepage model is a theoretical model which is commonly used in injection pressure distribution description and daily production of producing well after injection. The model not only doesn't take the effect of gravity into account, which is the pressure of injection increases with depth, but also couldn't reflect the variation of injection pressure with time. Hence, the accurate daily production is hardly calculated. In order to solve these problem, the analytic solution of unstable axis-symmetrical seepage pressure field is derived in the paper, and a general analytic solving method of 2D axis-symmetrical transport equation with radial directional non-homogeneous boundary condition form 1 and with vertical directional homogeneous boundary condition form 2 is proposed. Hereby, the paper plots the injection pressure and the seepage speed distribution graph under 2-dimensional cylindrical coordinate system, and applied it to calculate daily production of producing well.

Keywords: injection pressure; daily production; first class non-homogeneous boundary condition ; cylindrical symmetrical transport equation;

廈門大學學報 (自然科學版)